

# Théorie de l'imagerie astronomique – 1

Ce premier article sur l'imagerie astronomique démarre une suite qui nous permettra de mieux comprendre l'imagerie astronomique et donc je l'espère d'améliorer nos images

Si on veut optimiser au mieux le choix du matériel de capture des images, ainsi que le traitement de ces dernières il paraît indispensable de comprendre certains concepts mis en jeu, et presque impossible de se passer de quelques formules mathématiques

## La lumière

La lumière peut être décrite comme des rayons qui voyagent en ligne droite, comme des ondes électromagnétiques ou comme des particules appelées photons, chaque description caractérise un des comportements de la lumière

- Rayons : aspect géométrique, utile pour la description des systèmes optiques
- Ondes : pour expliquer les phénomènes de diffraction
- Photons : pour comprendre le fonctionnement des CCD

En tant qu'onde électromagnétique on a la relation entre la longueur d'onde et la fréquence :

$$\lambda f = c \quad [\text{Eq.1}]$$

$\lambda$  : longueur d'onde

$f$  : fréquence

$c$  : vitesse de la lumière

L'œil est le plus sensible à la longueur d'onde 550 nm qui correspond au jaune-vert

En tant que particule, l'énergie transportée par un photon vaut :

$$E_{\text{photon}} = \frac{hc}{\lambda} \quad [\text{Eq.2}]$$

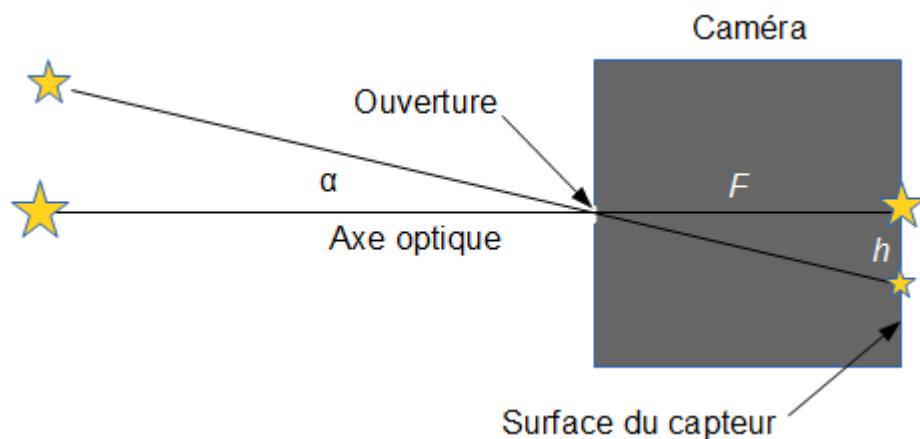
$E$  : énergie en électron-volt (eV)

$h$  : constante de Planck

Chaque photon de lumière jaune-vert transporte une énergie de 2.25 eV, bien suffisant pour libérer un électron dans un photosite d'une caméra CCD

## Formation de l'image

Une image est la combinaison d'une intensité et d'une direction. En considérant l'aspect géométrique, la formation d'une image dans une caméra constituée d'une boîte et d'un simple trou, peut être représentée comme suit :



[Fig.1]

A chaque source de lumière correspond un point sur la surface du capteur, l'organisation spatiale des intensités

détermine l'image.

On a la relation :

$$h = F \tan \alpha \quad [\text{Eq.3}]$$

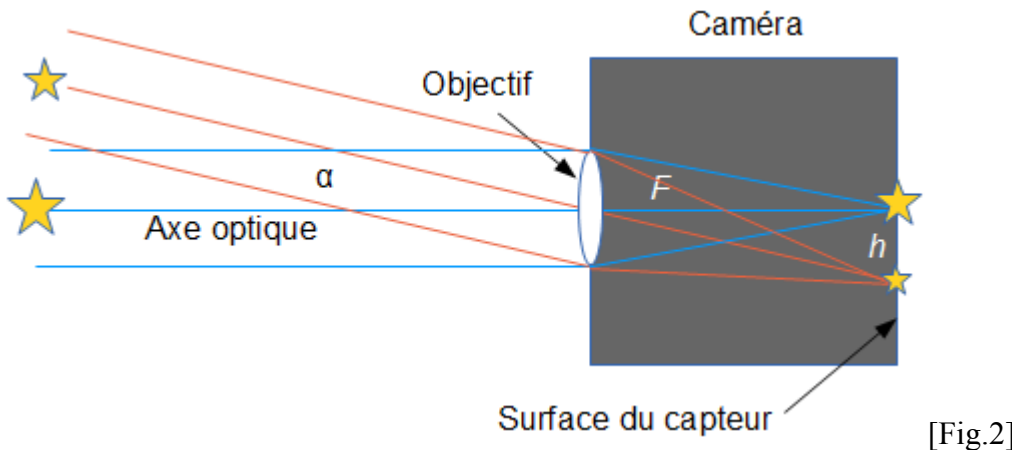
$h$  : taille dans l'image de la source

$F$  : distance focale

$\alpha$  : taille angulaire de la source

Une telle caméra souffre de nombreux défauts : si le trou est trop petit, elle collecte trop peu de photons et des phénomènes de diffraction dégradent l'image, s'il est trop grand les lumières des différentes sources se chevauchent et rendent floue l'image

On améliore ce système en le dotant d'un système optique qui va permettre de faire converger les rayons provenant d'une même direction vers le même point de l'image : le *focus*



[Fig.2]

La lumière ainsi concentrée permet d'obtenir des images plus lumineuses

Les systèmes optiques souffrent aussi de défauts que les constructeurs tentent de diminuer : aberration sphérique, coma, astigmatisme, aberration chromatique, ... En général les images sont correctes jusqu'à 20° à 30° autour de l'axe optique, au-delà les aberrations dégradent la qualité de l'image

On appelle rapport de focale le rapport  $F/D$ , où  $F$  est la longueur focale et  $D$  le diamètre de l'objectif. Un petit rapport de focale concentre plus de lumière qu'un grand rapport de focale

## Télescopes

On englobe sous ce terme aussi bien les réfracteurs que les réflecteurs et leurs combinaisons

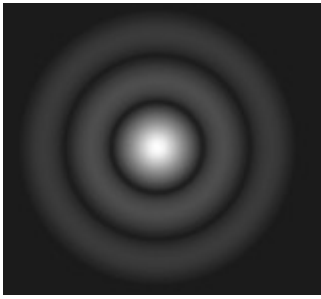
L'ouverture des télescopes couvre rarement plus de 1° ou 2°, dans ce cas la formule [Eq.3] peut se simplifier en :

$$h \simeq \frac{F \alpha}{57.3} \quad [\text{Eq.4}]$$

$\alpha$  : taille angulaire de la source en degrés

Pour former une image nette les ondes d'une source éloignée doivent converger au même endroit du focus, pour cela la distance totale le long du chemin optique doit être la même pour toutes les longueurs d'ondes situées à l'intérieur d'une plage d'environ 100 nm comprenant la lumière visible

Même à travers un instrument optiquement parfait, la lumière d'une étoile ne peut pas être un point parfait au niveau du focus : à cette endroit l'image de l'étoile apparaît comme une petite tâche appelée disque d'Airy ou disque de diffraction, ceci est dû à la nature ondulatoire de la lumière. Dans un instrument optiquement parfait, d'ouverture circulaire non obstruée, le disque d'Airy contient 84% de la lumière incidente, il est entouré d'anneaux de diffraction contenant les 16% restant



[Fig.3]

La distribution de la lumière au focus est appelée fonction d'étalement du point du télescope (en anglais PSF : Point Spread Function), elle décrit d'un point de vue mathématique comment le télescope forme une image. L'image formée dans le plan focal du télescope consiste ainsi en de multiples copies de PSF qui se chevauchent.

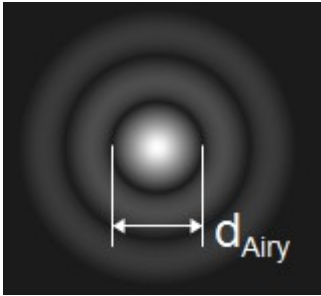
Le diamètre linéaire du disque d'Airy à l'extérieur du premier anneau de diffraction vaut :

$$d_{Airy} = 2.44\lambda \frac{F}{D} \quad [\text{Eq.5}]$$

$\lambda$  : longueur d'onde

F : distance focale

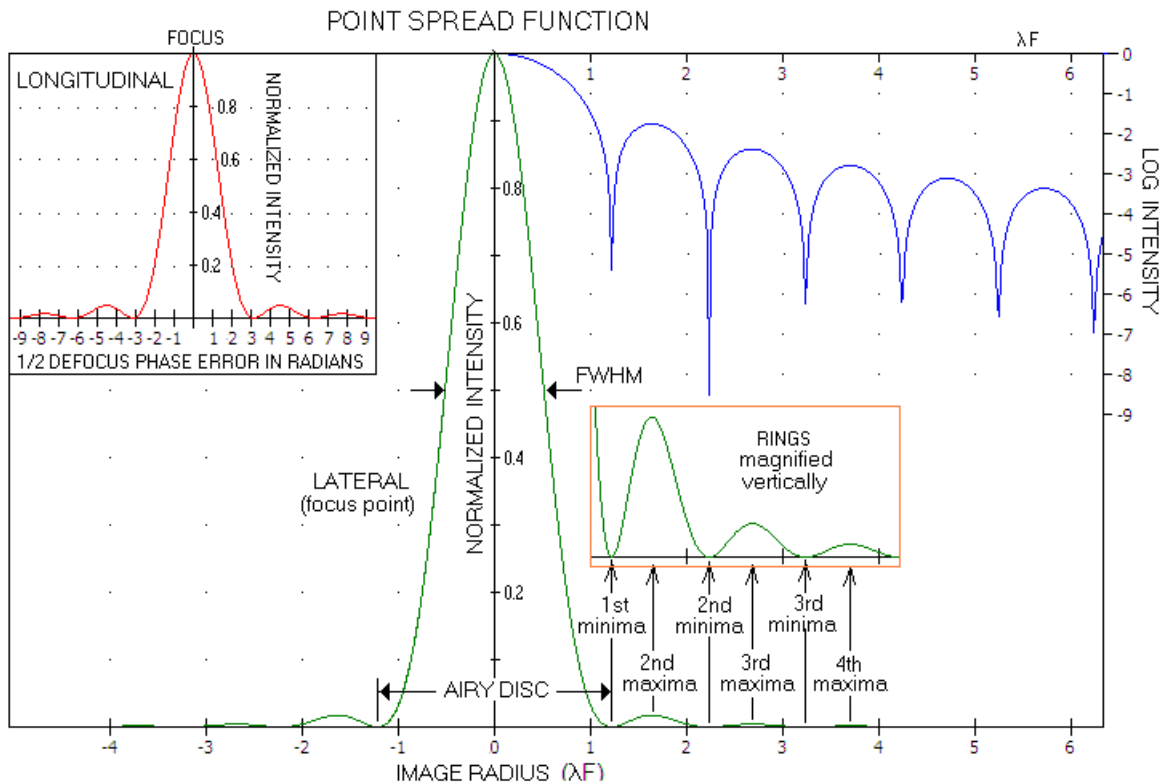
D : diamètre du télescope



[Fig.4]

Près de la moitié de la lumière formant l'image est concentrée dans une petite zone brillante au centre du disque de diffraction, définie par le diamètre au niveau duquel l'intensité lumineuse vaut la moitié de l'intensité centrale, c'est la FWHM (Full Width at Half Max) ou largeur à mi-hauteur du disque de diffraction

L'image suivante montre la représentation graphique du disque d'Airy et montre la FWHM



[Fig.5]

Le diamètre linéaire de la FWHM d'une image d'étoile parfaite est donné par :

$$d_{FWHM} = 1.02\lambda \frac{F}{D} \text{ [Eq.6]}$$

$\lambda$  : longueur d'onde

F : distance focale

D : diamètre du télescope

Ce diamètre est une mesure réaliste du plus petit détail contenu dans une image astronomique

## Les caméras CCD

Les caméras CCD peuvent détecter des sources de rayonnement sur une large plage de longueurs d'ondes, elles offrent une grande efficacité quantique et un faible bruit.

Elle consiste en un capteur constitué d'une mosaïque d'éléments appelés photosites : les photons capturés par un photosite vont libérer un certain nombre d'électrons qui s'accumulent dans le photosite. Les CCD atteignent un pic d'efficacité quantique de 40% à 90% entre les longueurs d'ondes de 500 et 950 nm. Le nombre d'électrons libérés est proportionnel au flux de photons incident

Une image issue d'une CCD contient les composants suivant :

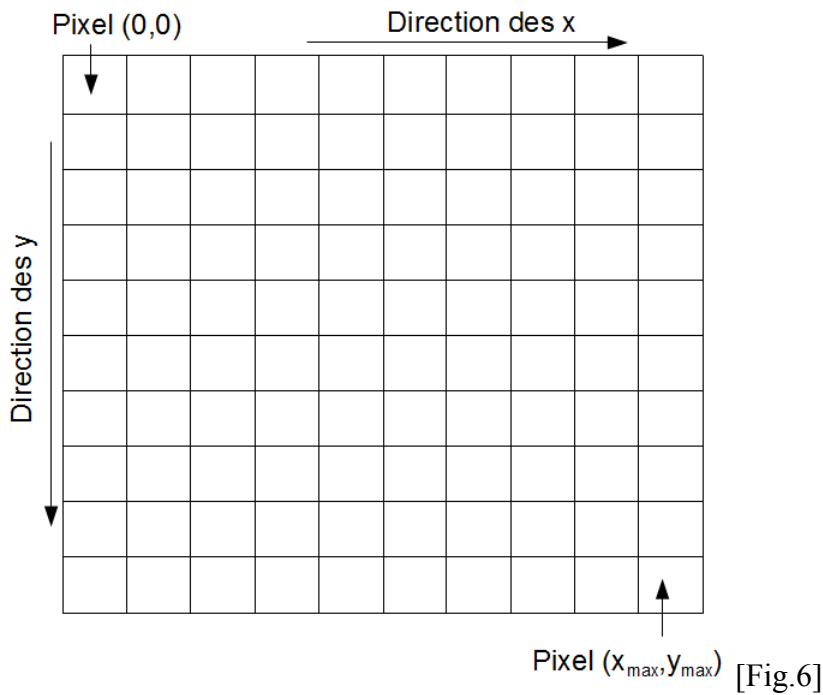
- un signal d'offset (bias) constant
- des variations dans le signal d'offset (bruit d'offset ou de lecture)
- un signal d'obscurité dépendant de la température (signal thermique)
- des variations dans le signal d'obscurité (bruit thermique)
- un signal généré par les photons capturés par le capteur

Il faut également tenir compte que tous les photosites n'ont pas la même sensibilité. Des techniques peuvent être mises en œuvre afin de ne conserver (dans la mesure du possible) que le signal généré par les photons capturés

Quand un photosite atteint sa charge de saturation, l'excès d'électrons se répand vers les photosites adjacents. Sur l'image une étoile brillante affiche des raies appelées *blooming trails* qui s'étendent à partir de l'image de l'étoile. Pour éliminer ce phénomène les caméras CCD incorpore des systèmes *anti-blooming* pour absorber ces excès d'électrons, mais ils peuvent avoir une influence sur la réponse du capteur qui peut devenir non-linéaire.

A chaque photosite du capteur va correspondre un pixel dans l'image (en binning 1×1), chaque pixel a trois propriétés :

- sa position en x (colonne)
- sa position en y (ligne)
- sa valeur



La valeur d'un pixel est obtenue de la sortie du convertisseur analogique-digital (ADC), elle est exprimée en ADU (analog-to-digital units) ou DN (data number). Dans les images de couleur la valeur du pixel est en général exprimée comme les valeurs numériques des trois couleurs primaires additives, rouge, vert et bleu ou RVB (RGB en anglais), qui peuvent être encodées en entiers 8 bits (256 niveaux), 12 bits (4096 niveaux) ou 16 bits (65536 niveaux)

Il est important de distinguer le rapport de dimensions l/h (largeur/hauteur) de l'image sur le capteur et de celui du pixel qui est lié à la forme du photosite

$$r_{image} = \frac{\text{largeur image}}{\text{hauteur image}} \quad [\text{Eq.7}]$$

La largeur et la hauteur du capteur sont en général exprimées en mm

$$r_{pixel} = \frac{\text{largeur pixel}}{\text{hauteur pixel}} \quad [\text{Eq.8}]$$

La largeur et la hauteur du pixel sont en général exprimées en  $\mu\text{m}$

### Capture de l'image

Une image astronomique a deux importantes caractéristiques :

- Son champ de vision angulaire (FOV : Field Of View) : détermine si l'objet que l'on veut capturer sera entièrement dans l'image
- La taille angulaire de ses pixels (résolution) : détermine si les photosites ont la taille correcte pour capturer tous les détails désirés de l'objet

Considérons un capteur dont le centre est placé sur l'axe optique du télescope, d'après l'équation [Eq.3] la dimension du capteur doit être :

$$d_{\text{capteur}} = 2h = 2F \tan \alpha \quad [\text{Eq.9}]$$

Le FOV est alors :

$$\alpha_{\text{FOV}} = 2 \arctan \left( \frac{d_{\text{capteur}}}{2F} \right) \quad [\text{Eq.10}]$$

On voit que le FOV sera plus grand avec une focale plus petite et inversement

Un pixel résulte de l'échantillonnage du photosite correspondant, sa valeur est liée au nombre d'électrons générés, celui-ci étant le produit de l'efficacité quantique et du nombre de photons. Le nombre de photons capturés par un photosite est proportionnel au flux de photons par la surface de collecte du photosite. Si  $n$  est le nombre moyen d'électrons générés, du fait que les photons arrivent aléatoirement, le nombre d'électrons générés par un photosite durant une intégration est :

$$n \pm \sqrt{n} \quad [\text{Eq.11}]$$

et le rapport signal sur bruit est :

$$\frac{\text{signal}}{\text{bruit}} = \frac{n}{\sqrt{n}} = \sqrt{n} \quad [\text{Eq.12}]$$

Pour reproduire tous les détails présents dans une image le pas d'échantillonnage doit être assez petit pour définir la zone centrale brillante (FWHM) du disque de diffraction. Le théorème d'échantillonnage de Nyquist précise que pour échantillonner une onde, la fréquence d'échantillonnage doit être deux la plus haute fréquence présente dans le signal d'origine. Appliqué à l'imagerie astronomique cela suggère que la taille d'un pixel doit être la moitié du diamètre du disque de diffraction comme défini par son FWHM (conditions d'échantillonnage critique).

Si les pixels sont plus larges que la moitié de la FWHM l'image est sous-échantillonnée, certains détails de l'image seront perdus.

Si les pixels sont plus petits que la moitié de la FWHM l'image est sur-échantillonnée, trois à cinq pixels pour la taille de la FWHM assure qu'aucune information présente dans l'image n'est perdue

La turbulence atmosphérique (seeing), les vibrations du télescope, un guidage peu précis, une mauvaise mise-au-point agrandissent le disque de diffraction à plusieurs fois la taille du disque d'Airy, aussi on adapte la taille du pixel aux meilleures conditions de qualité du ciel (seeing) rencontrées sur le site d'observation et non pas au disque d'Airy. Le disque de diffraction réel est toujours supérieur au disque d'Airy théorique, ce qui se traduit par :

$$d_{PSF} \geq d_{FWHM} \quad [\text{Eq.13}]$$

Suivant le théorème de Nyquist la taille d'un pixel doit être tel que :

$$2d_{\text{pixel}} = d_{PSF} \quad [\text{Eq.14}]$$

Ainsi en accord avec la formule [Eq.6], dans les conditions d'échantillonnage critique :

$$2d_{\text{pixel}} = 1.02\lambda \frac{F}{D} \quad [\text{Eq.15}]$$

On obtient alors la distance focale critique d'un télescope de diamètre  $D$  suivant la taille des pixels :

$$F_{\text{critique}} = \frac{Dd_{\text{pixel}}}{0.51\lambda} \quad [\text{Eq.16}]$$

Cette focale est la focale minimum qui permet d'obtenir l'échantillonnage critique, une plus longue focale donnera une image sur-échantillonnée, on a vu que l'on pouvait admettre de trois à cinq pixels pour la FWHM, ainsi on peut accepter une distance focale  $F$  dans la plage :

$$1.5F_{\text{critique}} \leq F \leq 2.5F_{\text{critique}} \quad [\text{Eq.17}]$$

Prenons l'exemple d'un Celestron C8 ( $D=203\text{mm}$ ), avec une caméra SBIG STF-8300 ( $5.4 \mu\text{m}$ ), en considérant une longueur d'onde moyenne ( $\lambda=550 \text{ nm}$ , jaune-vert) on a :

$$F_{\text{critique}} = \frac{203 \times 5.4 \times 10^{-6}}{0.51 \times 550 \times 10^{-9}} \quad [\text{Eq.18}]$$

soit :

$$F_{critique} = 3098mm \quad [Eq.19]$$

On peut accepter une focale jusqu'à  $F=9770$  mm, il est évident qu'à cette focale les problèmes de guidage deviennent importants

La focale critique correspond aux meilleures conditions de qualité du ciel du site suivant la taille des pixels du capteur, si les conditions sont plus mauvaises on peut utiliser une focale plus courte, la taille du disque de diffraction étant alors plus déterminé par les conditions de qualité du ciel, en réduisant ainsi le rapport  $F/D$  on pourra utiliser des temps d'exposition plus courts